

Comunicación

SOBRE LA CONSTANTE DE REFRACCION ASTRONOMICA, EL INDICE DE REFRACCION,
EL COEFICIENTE DE DILATACION y LA DENSIDAD OPTICA DEL AIRE

Sergejs J. Slaucitajs
(Observatorio Astronómico, La Plata)

Una teoría de refracción astronómica se basa sobre la variación del índice de refracción según la altura. De ahí que el cambio de temperatura y densidad del aire representan factores decisivos para el cálculo de la refracción. Estas magnitudes hasta ahora son observables solamente en alturas relativamente pequeñas y además sufren fuertes variaciones que dependen del instante y lugar de observación. Por eso cualquiera de las teorías de refracción astronómica, aunque teóricamente completa, puede ser considerada siempre sólo como una aproximación respecto a las relaciones verdaderas. Las distintas teorías, dadas por Newton, Laplace, Bessel, Gylden, Ivory y otros, se distinguen entre sí en la adopción de la ley de disminución de la temperatura y densidad del aire o en la determinación matemática de la trayectoria del rayo de luz en la atmósfera.

La integral simplificada de la refracción astronómica, $\text{Refr.} = z_{\text{verd}} - z_{\text{obs}}$, que determina la desviación de la luz, puede ser escrita en la forma

$$\text{Refr.} = \int_1^{\mu_0} \frac{\mu_0 \sin z}{\sqrt{\frac{\mu r}{\mu_0 r_0} - \sin^2 z}} \frac{d\mu}{\mu}, \quad (1)$$

donde μ es el índice de refracción, r , r_0 , las distancias de la capa de la atmósfera y del lugar de observación desde el centro terrestre y z la distancia cenital observada aparente del astro.

La solución de la integral (1) exige el conocimiento de la variación de μ con la altura. La imposibilidad de obtener experimentalmente en general y en especial en el instante de observación, el curso verdadero de μ hasta el límite de la atmósfera, conociendo solamente el trayecto en la cercanía de la Tierra $\mu = \mu_0$ y su valor final $\mu = 1$, origina la imposibilidad de obtener una teoría de refracción astronómica rigurosa, válida para todos los casos.

Las experiencias físicas permiten determinar una relación entre la densidad del aire ρ y el índice de refracción μ , las experiencias meteorológicas, la relación entre ρ y r . De ahí que sea posible relacionar, de un modo indirecto, r con μ . Esta relación tiene un carácter interpolatorio.

Según las últimas investigaciones, la relación entre ρ y μ se puede expresar por medio de la ecuación

$$\mu^2 = 1 + 2c\rho, \quad (2)$$

donde c es una constante. A pesar de que la relación (2) carece de una base teórica rigurosa, las pruebas correspondientes han mostrado su validez para la práctica.

Entre la presión p , densidad ρ y temperatura t en C° , según la ley Gay-Lussac - Mariotte, tenemos:

$$\frac{p}{(1+mt)} = \text{const.}, \quad (3)$$

donde m es el coeficiente de la dilatación del aire. De las relaciones diferenciales entre r , ρ y t se obtiene:

$$\begin{aligned} dp &= - \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 g \rho' dr \\ dp &= \left(\frac{p_0}{\rho_0} \right) d[\rho(1+mt)], \end{aligned} \quad (4)$$

donde r_0 es el radio de curvatura de la superficie terrestre en el lugar de observación, g la gravedad del lugar, ρ' densidad del aire húmedo; p_0 , ρ_0 los valores de p y ρ correspondientes al lugar de observación.

Tomando en cuenta que el valor del cociente $\frac{\mu r}{\mu_0 r_0}$ es muy cercano a 1, la Refr. puede ser calculada según la integral

$$(\text{Refr.}) = \text{tg } z \int_1^{\mu_0} \frac{d\mu}{\mu} = \text{tg } z \ln \mu_0, \quad (5)$$

que da la refracción astronómica aproximada, pero muy cercana a la verdadera en todos los casos, para distancias cenitales pequeñas.

Considerando solamente la dependencia entre Refr. y μ para una distancia cenital fija, entonces, según (5):

$$\text{Refr.} = \alpha' \text{tg } z \quad (6)$$

y de aquí, la refracción astronómica es proporcional a la $\text{tg } z$.

El llamado coeficiente o constante de refracción α' no representa una magnitud independiente de z , como ha sido supuesto anteriormente.

La constante de refracción astronómica, α , definida más exactamente se expresa mediante la ecuación

$$\alpha = \frac{c \rho}{1 + 2c \rho} \quad (7)$$

La constante α comunmente se refiere a las condiciones normales del aire, es decir, adoptando como unidad la ρ que corresponde a la presión barométrica $B = 760$ mm y temperatura del aire $t = 0^\circ\text{C}$.

Para el cálculo de la corrección a refracción media (Refr. referida a las condiciones determinadas) por temperatura de observación, se necesita conocer con mucha exactitud el valor del coeficiente de dilatación del aire, m . Además para la determinación de la llamada densidad óptica del aire, tenemos que conocer el factor k en la expresión

$$\left(1 - \frac{k}{8} \frac{\pi}{960}\right) B, \quad (8)$$

donde π es la presión absoluta del vapor de agua en el aire en mm.

A principios de 1949 el autor de este trabajo comenzó en el Observatorio de La Plata, las observaciones astronómicas correspondientes con el Círculo Meridiano de Repsold, (190 mm de abertura), para un estudio detallado sobre la refracción astronómica, con el fin de dar nuevos valores mejorados para la constante de refracción, el índice de refracción, la latitud del pilar del instrumento y las declinaciones absolutas de 157 estrellas del FK3. Además, el objeto de esta amplia investigación fué llegar a conocer también las anomalías de la refracción astronómica existentes en el lugar de observación, determinar

directamente de las observaciones astronómicas el coeficiente de dilatación del aire, el factor k de la densidad óptica del aire, la influencia de la tensión del vapor de agua sobre la refracción astronómica, etc. Las observaciones se terminaron a fines del año 1954, pero los extensos cálculos basados en el material de observación se comenzaron en el año 1953. Las reducciones correspondientes están casi terminadas y se comenzaron los estudios de los resultados obtenidos. En esta comunicación se dan los resultados provisionales de las observaciones astronómicas para α , μ , m y k .

La deducción de la constante de refracción se basó sobre las observaciones de 48 estrellas en ambas culminaciones, comparando las declinaciones obtenidas de las culminaciones superior, δ_s e inferior, δ_i , según las ecuaciones de condición:

$$1.00 x + \frac{(1+y_s) r_s + (1+y_i) r_i}{100} y - (\delta_s - \delta_i) = 0, \quad (9)$$

donde $x = -2\Delta\varphi$ e $y = +100 \frac{\Delta\alpha_0}{\alpha_0}$. $\Delta\varphi$ significa la corrección a la latitud geográfica aplicada; α_0 es la constante de refracción de Bessel adaptada por Badau en sus tablas de refracción que hemos usado para las reducciones de las observaciones. $\Delta\alpha_0$ la corrección a la α_0 según las observaciones hechas en La Plata. r_s y r_i promedio de refracción en culminación superior e inferior; $y_{1,s}$ e $y_{1,i}$ magnitudes que dependen de las condiciones del aire.

Resolviendo las ecuaciones de condición con el método de mínimos cuadrados, y considerando los pesos correspondientes, se obtuvo

$$y = -0.449_2 \pm 0.067_7$$

$\alpha'' = 60''440$ para las condiciones: $B = 760$ mm al 0°C , $t = 0^\circ\text{C}$ y $\pi = 6$ mm, entonces

$$\alpha'' = 60''169 \pm 0''041$$

$$\alpha = 0.00029171 \pm 0.00000020$$

De la fórmula (7) para las condiciones normales del aire, $\rho=1$, tenemos:

$$\alpha = \frac{c}{1 + 2\alpha} \quad (10)$$

$$\delta = \frac{\alpha}{1 - 2\alpha} \quad (10')$$

y finalmente para el índice de refracción μ tenemos la expresión:

$$\mu^2 = 1 + 2c \rho = 1 + 2c \quad (11)$$

Del α determinado por el autor, para c y μ se obtienen los siguientes valores:

$$c = 0.00029188, \quad \mu = 1.00029184.$$

Mencionamos aquí los últimos valores de c , α , α'' y μ junto con los de Bessel obtenidos de las observaciones astronómicas y reducidos a las condiciones normales correspondientes:

	c	α	α''	μ
Bessel, Tab. Reg. :	0.00029319	0.00029302	60"440	1.00029315
Bauschinger, 1892-93:	29156	29139	.104	29152
Courvoisier, 1899-01:	29180	29167	.161	29180
Bonsdorff, 1908-10:			.160	
Wilkens A., 1922-25:			.096	

Radau en sus tablas de refracción adoptó para el coeficiente de dilatación del aire m el valor determinado por Regnault: 0.003663 (por centígrado). Ya que muchos astrónomos han obtenido un valor para m muy diferente al de Regnault, hemos determinado también el mismo de las observaciones realizadas en La Plata.

Cada una de las estrellas suministra una ecuación de condición de la forma:

$$(t_1 - t_0) 0.003663 \frac{r_m}{100} f - (z_1 - z_0) = 0, \quad (12)$$

donde t_1 y t_0 son las temperaturas máxima y mínima de observación correspondientes a las distancias cenitales z_1 y z_0 . $1 + \frac{f}{100}$ es el factor por el cual el coeficiente 0.003663 tiene que ser multiplicado para obtener la m , que corresponde a las observaciones, y r_m es el promedio de refracciones.

Se obtuvo para Δm el valor: - 0.000031 y con esto

$$m = 0.003632 \pm .000035$$

Los valores correspondientes para m , obtenidos de las observaciones astronómicas de los autores arriba mencionados, son:

Bessel:	0.003644
Bauschenger:	3780
Courvoisier:	3726
Bonsdorff:	3718

Para el cálculo de la refracción astronómica tiene que considerarse también la presión del vapor de agua. Radau en sus tablas ha introducido la llamada densidad óptica del aire, por medio de la expresión

$$\left(1 - \frac{1}{8} \frac{\pi}{760} \right) B, \quad (13)$$

adoptando el factor $\frac{1}{8}$, determinado empíricamente por Fizeau y Jamin, en tanto que la densidad física tiene la expresión aproximada

$$\left(1 - \frac{3}{8} \frac{\pi}{760} \right) B. \quad (13')$$

Para decidir objetivamente qué factor π tiene que ser considerado en los cálculos correspondientes, se debe apelar a las observaciones. Se pueden relacionar las diferencias $z_1 - z_0$ con las diferencias $\pi_1 - \pi_0$, ya que, en general, los extremos de temperaturas coinciden con los extremos de las presiones del vapor de agua.

Si k representa el factor a determinar, las ecuaciones de condición tendrán la forma

$$0.126 \Delta r (\pi_1 - \pi_0) (k - 1) - (z_1 - z_0) = 0, \quad (14)$$

donde Δr es la variación de la refracción para 1 mm de la presión.

Resolviendo las ecuaciones correspondientes, se obtuvo para $k - 1$ el valor - 0.067, de donde

$$k = 0.93 \pm 0.31.$$

Los más recientes valores de k , son:

Bauschinger :	4.37
Courvoisier :	2.83
Bonsdorff :	1.12

Las observaciones de La Plata (Slaucitajs), como de Odessa (Bonsdorff) muestran que $k \sim 1$ y no coincide con el valor del coeficiente en la expresión para "densidad física" del aire.

La tablilla que sigue demuestra las diferencias en las refracciones, calculadas con las tablas de Radau y Pulkovo, que provienen de dos distintas teorías de refracción y distintas hipótesis sobre la disminución de la temperatura con la altura: Ivory (tablas de Radau) y Gylden (tablas de Pulkovo).

Para las condiciones de la atmósfera, $B=718$ mm para 5°C del mercurio, 5° la temperatura del aire y presión del vapor de 6 mm, según Bauschinger:

z	Refracción según			Diferencias		
	Radau	Pulkovo	(Radau)'	Pulk-Rad.	Pulk-(Rad.)'	(Rad.)'-Rad.
4°33'	4.45	4.45	4.45	0.00	0.00	0.00
9 37	9.49	9.46	9.46	- 0.03	0.00	- 0.03
17 12	17.33	17.28	17.28	- 0.05	0.00	- 0.05
27 4	28.59	28.53	28.51	- 0.06	+ 0.02	- 0.08
36 50	41.91	41.79	41.79	- 0.12	0.00	- 0.12
46 50	59.61	59.44	59.44	- 0.17	0.00	- 0.17
56 35	84.64	84.40	84.40	- 0.24	0.00	- 0.24
66 28	127.79	127.44	127.43	- 0.35	+ 0.01	- 0.36
74 2	193.05	192.53	192.50	- 0.52	+ 0.03	- 0.55
79 4	281.64	280.85	280.84	- 0.79	+ 0.01	- 0.80
82 16	390.26	389.16	389.15	- 1.10	+ 0.01	- 1.11
84 7	497.20	495.68	495.78	- 1.52	- 0.10	- 1.42
86 22	728.82	726.40	726.74	- 2.42	- 0.34	- 2.08
87 56	1040.42	1036.67	1037.45	- 3.75	- 0.78	- 2.97

En la columna (Rad.)' están dadas las refracciones que se hubieran obtenido si las tablas de Radau hubiesen sido calculadas con la constante de refracción, adoptada en las tablas de Pulkovo. Las diferencias (Rad.)'- Rad. muestran en cuanto difiere la refracción astronómica para distintas distancias zenitales, adoptando solamente dos distintos valores de la constante de refracción.

El trabajo será publicado "in extenso" en las publicaciones del Observatorio Astronómico de La Plata.

Summary:

ON THE CONSTANT OF ASTRONOMICAL REFRACTION, REFRACTION INDEX,
EXPANSION COEFFICIENT and OPTICAL DENSITY OF THE AIR

The value of the refraction constant obtained at La Plata is very close to the modern values determined at other observatories. The results suggest the possibility of profiting the astronomical observations for determining with enough accuracy the values of the expansion coefficient of the air and the so-called factor k of the optical density. The value obtained for this factor of the optical density of the air does not agree with that of the physical density.